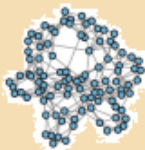


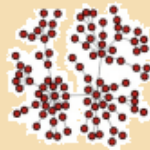
# Modeli omrežij



Bernoulli



Small World



Scale Free

Andrej Mrvar



Pajek

# Primer omrežja...

Politična blogosfera, ZDA, 8. februar, 2005

Modeli omrežij

Omrežje povezav med 1,490 političnimi blogi februarja 2005, ki razpravljajo o volitvah leta 2004 v ZDA. Podatke sta zbrala L. Adamic in N. Glance. Usmerjena povezava med dvema blogoma predstavlja sklicevanje v blogu.

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

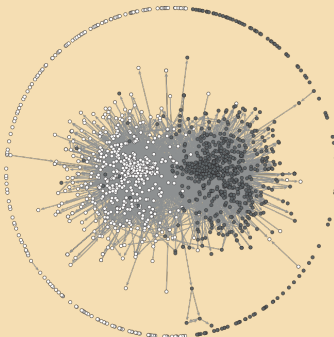
Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije



Uporabili bomo poenostavljeno - neusmerjeno verzijo omrežja in razbitje avtorjev na bolj liberalne in bolj konzervativne (**Political-blogs.paj**).

Razbijte **Political\_leaning** podaja politično opredeljenost bloga: 0 (levo / liberalno), 1 (desno / konzervativno).



Pajek

# ...Primer omrežja...

Politična blogosfera, ZDA, 8. februar, 2005

Modeli omrežij

Narišimo omrežje z uporabo **Pivot MDS** (najhitrejše risanje) in izračunajmo  $E - I$  indeks (strukturo omrežja lahko dobro razložimo z delitvijo levo-desno).

Nekaj lastnosti tega omrežja:

- število šibko povezanih komponent (WCC) = 268
- velikost največje WCC = 1222 vertices (82%)
- povprečna stopnja (average degree) = 22.436
- premer (diameter) = 8
- povprečna oddaljenost (average distance) = 2.738
- nakopičenost (clustering coefficient - transitivity) = 0.226
- usredinjenost glede na stopnjo = 0.221
- usredinjenost glede na vmesnost = 0.065
- E-I Index = -0.81

Povprečno oddaljenost izračunamo z ukazom:

**Network / Create Vector / Distribution of Distances\***

Ukaz vrne porazdelitev dolžin najkrajših poti in povprečno dolžino poti v omrežju (izračunano samo na parih dosegljivih točk).

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije



*Pajek*

# ...Primer omrežja...

Politična blogosfera, ZDA, 8. februar, 2005

Modeli omrežij

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

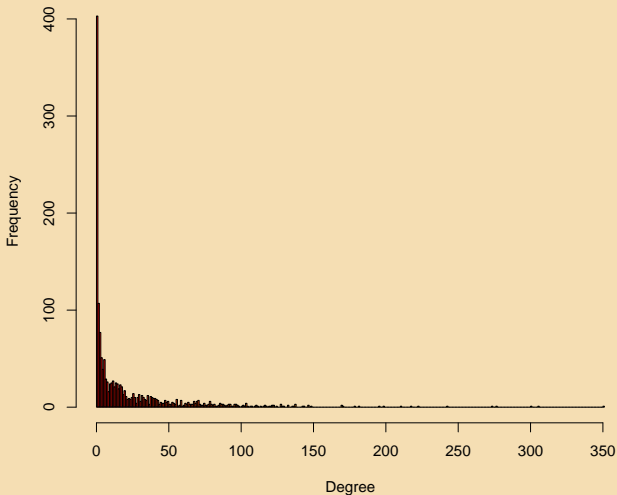
Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije

## Degree Distribution of Blogosphere network





Pajek

# ...Primer omrežja

Histogram porazdelitve stopenj v R

Modeli omrežij

Za podane stopnje: **Network / Create Vector / Centrality / Degree** lahko narišemo njihovo porazdelitev v Ru:

**Tools / R / Locate R** // pred prvim klicem povemo kje se R nahaja  
**Tools / R / Send to R / Current Vector**  
**R: hist(v??, breaks= 0:???)**

Podrobnosti: Slika porazdelitve stopenj za omrežje blogosfere je bila dobljena z uporabo naslednjih parametrov za risanje histogramov v R-u:

```
par (bg="wheat " )  
hist (v1, breaks=0:max (v1) ,  
col=terrain.colors (max (v1) ) ,  
main="Degree Distribution of Blogosphere network",  
xlab="Degree", right=FALSE)
```

Podobno lahko Pajkove objekte izvozimo v *Excel* (kot "*Chart Type*") in *SPSS*.

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije



Pajek

# Standardni modeli omrežij...

Bernoulli in Erdős–Rényi model...

Modeli omrežij

## Bernoulli-jev model

Najbolj enostaven model slučajnega omrežja priredi povezavo med dvema točkama neodvisno, z naprej predpisano verjetnostjo. Neodvisnost pomeni, da je verjetnost, da bo par točk povezan s povezavo neodvisna od prisotnosti oz. odsotnosti povezav med drugimi pari.

## Network / Create Random Network / Bernoulli/Poisson

---

**Erdős–Rényi-jev** model je podoben **Bernoulli-jevemu modelu**, namesto verjetnosti posamezne povezave podamo skupno število povezav. Vedno zgenerira usmerjeno omrežje.

## Network / Create Random Network / Total No. of Arcs

---

Ta dva modela sta v socialnih omrežjih malo verjetna: Posameznikom v tem primeru je vseeno s kom se povežejo - prijatelje izberejo slučajno.

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős–Rényi

Bernoulli in Erdős–Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije



Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

...Bernoulli in Erdős–Rényi model...

Modeli omrežij

## Nekaj lastnosti Bernoulli-jevih omrežij

### Šibko povezane komponente:

- Če je povprečna stopnja točk v takih omrežjih večja od 1, bomo z veliko verjetnostjo dobili eno zelo veliko komponento in nekaj manjših komponent.
- Če je povprečna stopnja večja od 1.5, lahko pričakujemo, da bo velika komponenta vsebovala vsaj 50% vseh točk (*giant component*).
- Če pa je povprečna stopnja manjša od 1, pa bo dobljeno omrežje vsebovalo več manjših komponent.

**Premier** v takih omrežjih je relativno majhen, okvirna ocena je

$$\text{Diameter}_{\text{expected}} = \frac{\ln(n)}{\ln(c)}$$

kjer je  $n$  število točk in  $c$  povprečna stopnja,

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős–Rényi

Bernoulli in Erdős–Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije



Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

...Bernoulli in Erdős–Rényi model...

Modeli omrežij

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in  
Erdős–Rényi

Bernoulli in  
Erdős–Rényi s  
podanimi  
stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna  
izbira

Preferenčna  
izbira

Preferenčna  
izbira

Pregled

Simulacije

Pričakovana **nakopičenost** (število tranzitivnih triad v primerjavi z vsemi povezanimi triadami) je v Bernoulli-jevih omrežjih:

$$CC_{\text{expected}} = \frac{c}{n-1}$$

kar v primeru velikih redkih omrežij konvergira k 0.

Očitna slabost omenjenih dveh modelov je nizka *nakopičenost*, ki je poleg tega odvisna od velikosti omrežja. Potrebujemo modele, ki bodo zgenerirali omrežja z nakopičenostjo, ki se ponavadi pojavlja v socialnih omrežjih, to je med .05 and .50.

Naslednji modeli bodo rešili ta problem.





Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

...Bernoulli in Erdős–Rényi model...

Modeli omrežij

Če vzamemo neusmerjeno Bernoulli-jevo omrežje z istim številom točk (1490) in povprečno stopnjo (22.436) kot ju dobimo v omrežju blogosfere, dobimo naslednje pričakovane vrednosti:

$$\text{Diameter}_{\text{expected}} = \frac{\ln(n)}{\ln(c)} = \frac{\ln(1490)}{\ln(22.436)} = 2.4$$

$$\text{CC}_{\text{expected}} = \frac{c}{n-1} = \frac{22.436}{1490-1} = 0.015$$

Premer omrežja blogosfere (8) je približno trikrat večji od pričakovanega premera Bernoullijevega omrežja (2.4).

Nakopičenost v omrežju blogosfere (0.226) je več kot desetkrat večja od pričakovane nakopičenosti v Ber. omrežju (0.015).

---

Zgenerirajte nekaj Bernoulli-jevih slučajnih omrežij z enakim številom točk (1490) in povprečno stopnjo (22.436) kot je v omrežju blogosfere in preverite premer in nakopičenost, ki ju dobite. Ali so dobljene vrednosti premera in nakopičenosti blizu pričakovanim? Kolikšno je število in velikost največje šibko povezane komponente?

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős–Rényi

Bernoulli in Erdős–Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije



Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

...Bernoulli in Erdős–Rényi model

Modeli omrežij

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős–Rényi

Bernoulli in Erdős–Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

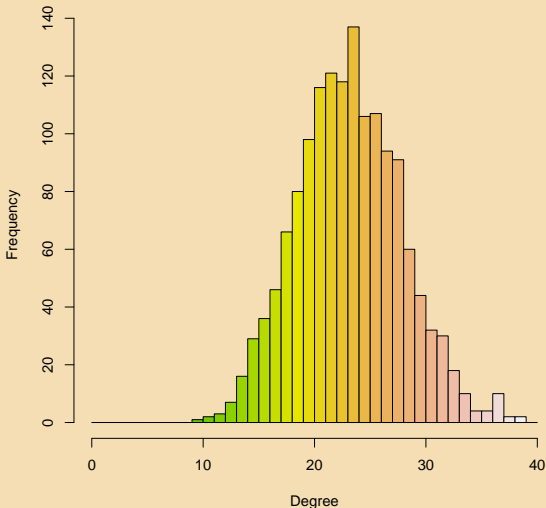
Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije

**Degree Distribution of Random Bernoulli network**





Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

Bernoulli-jev model s podanimi stopnjami...

Modeli omrežij

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije

Stopnje točk lahko shranimo v razbitje in zgeneriramo slučajno Bernoulli-jevo omrežje, kjer bodo imele točke take stopnje, kot jih zahtevamo v razbitju.

Razbitje določa tudi število točk v omrežju, zato nam tega ni treba podajati.

## Partition / Make Network / Random Network

Dobljeno omrežje lahko vsebuje nekaj zank in večkratnih povezav, ki jih ponavadi izločimo:

**Network / Create New Network / Transform / Remove / Loops**

**Network / Create New Network / Transform / Remove / Multiple Lines / Single Line**



Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

...Bernoulli-jev model s podanimi stopnjami...

Modeli omrežij

Stopnje lahko podamo poljubno ali pa jih izračunamo iz nekega omrežja:

## Network / Create Partition / Degree

in zgeneriramo slučajno omrežje z enako porazdelitvijo stopenj:

## Partition / Make Network / Random Network

V dobljenem slučajnem omrežju bodo imele vse točke enake stopnje kot točke v začetnem omrežju, toda povezave bodo drugače razporejene.

---

Zgenerirajte Bernoullijevo omrežje z enako porazdelitvijo stopenj kot jo ima omrežje blogosfere. Ne pozabite odstraniti zank in večkratnih povezav. Primerjajte strukturne lastnosti dobljenega omrežja z lastnostmi omrežja blogosfere. Katere lastnosti obeh omrežij so enake, podobne in katere različne?

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije



*Pajek*

# ...Standardni modeli omrežij...

...Bernoulli-jev model s podanimi stopnjami

Modeli omrežij

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in  
Erdős-Rényi

Bernoulli in  
Erdős-Rényi s  
podanimi  
stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna  
izbira

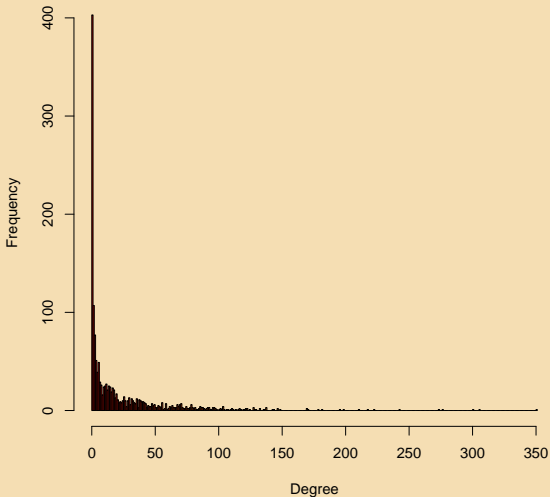
Preferenčna  
izbira

Preferenčna  
izbira

Pregled

Simulacije

**Degree Distribution of Degree Conditional Random Bernoulli netw.**





Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

Poskus: Mali svetovi

Modeli omrežij

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije

Leta 1967 je psiholog Stanley Milgram izpeljal naslednji poskus s pismi: Pismo poslano iz Omahe (Nebraska), naj bi dobila izbrana končna oseba v Bostonu (Massachusetts). Osebe, ki so bile izbrane za poskus so bile naprošene, naj pismo pošljejo direktno končni osebi (če to osebo poznajo), sicer pa naj pismo s temi navodili pošljejo tistemu svojemu stiku, ki po njegovi/njeni oceni končno osebo pozna.

Povprečna dolžina potovanja pisem, ki so dospela do končne osebe je bila 6 – *six degrees of separation*.

[https://en.wikipedia.org/wiki/Small-world\\_experiment](https://en.wikipedia.org/wiki/Small-world_experiment)

Povprečna dolžina poti med dvema poljubnima stranema na WWW je 19 klikov.

Omrežja, za katere velja, da je povprečna dolžina najkrajše poti med dvema točkama kratka, se imenujejo *mali svetovi* **Small Worlds**.



Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

Mali svetovi...

Modeli omrežij

Mali svetovi (Watts-Strogatz model): Posamezniki so povezani s tistimi, ki živijo v bližini, posamezne povezave pa zamenjamo s povezavami do bolj oddaljenih posameznikov - *preklapljanje (rewiring)*.

Andrej Mrvar

Originalni model *malih svetov* postavi točke na krožnico in poveže vsako točko s fiksnim številom svojih najbližjih sosedov na krožnici. Če število sosedov preseže 2, se pojavijo tudi trikotniki, ker je vsaka točka povezana s svojim sosedom in s sosedovim sosedom.

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije

Pričakovana nakopičenost (*clustering coefficient - network transitivity*) je določena samo s številom sosedov s katerim je točka povezana na vsaki strani ( $r$ ):

$$CC_{\text{expected}} = \frac{3r - 3}{4r - 2}$$

Če je število sosedov na vsaki strani 1, bo nakopičenost dosegla svoj minimum (0), medtem ko se nakopičenost z večanjem številu sosedov približuje 0.75.



Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

...Mali svetovi...

Modeli omrežij

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije

Tak pristop pa na žalost še ne zadošča: Veliko omrežje, ki vsebuje samo lokalne povezave ima *povprečno oddaljenost* veliko večjo kot jo zasledimo v realnih socialnih omrežjih. V takih omrežjih fenomen *Small world* zagotavlja, da celo na celotni populaciji na svetu, pridejo ljudje po poznanstvih od enega do drugega v povprečju v šestih korakih.

Ta problem rešimo tako, da pri majhnem deležu povezav eno krajišče zamenjamo s slučajno izbrano točko (preklapljanje *rewiring*).

S preklapljanjem od 1 do 10 odstotkov povezav že dosežemo efekt *six-degrees* - *povprečna razdalja* med točkami bo majhna.

Nizko število preklopljenih povezav ne spremeni *gostote* in *povprečne stopnje* v omrežju. Samo malenkost lahko spremeni nakopičenost, tako da je tudi visoka nakopičenost (*clustering*) takih omrežij zagotovljena.





Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

...Mali svetovi...

Modeli omrežij

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

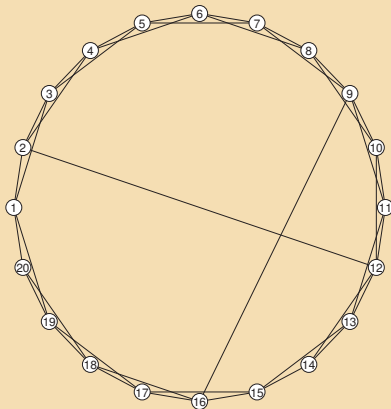
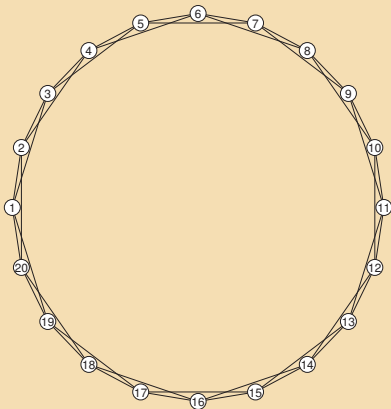
Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije



Omrežje malih svetov zgradimo z:

**Network / Create Random Network / Small World**



Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

...Mali svetovi...

Modeli omrežij

Povprečna stopnja v omrežju blogosfere je 22.4, zato to omrežje lahko primerjamo z malim svetom, kjer je vsaka točka povezana z **enajstimi** najbližjimi sosedi na vsaki strani ( $r = 22.436/2$ ).

Pričakovana nakopičenost v takem malem svetu je:

$$CC_{\text{expected}} = \frac{3r - 3}{4r - 2} = \frac{3 * 11 - 3}{4 * 11 - 2} = 0.71$$

To je skoraj na robu nakopičenosti, ki ko dobimo v omrežjih malih svetov, če ne naredimo preklapljanj (0.75). Dobljena vrednost v omrežju blogosfere (0.226) je precej nižja. Razlog je verjetno v tem, da imajo v malem svetu vse točke približno enake stopnje, v blogosferi pa je porazdelitev stopenj precej asimetrična.

---

Zgenerirajte nekaj slučajnih malih svetov z enakim številom točk (1490) in **enajstimi** najbližjimi sosedi na vsaki strani, kot jih imamo v omrežju blogosfere. Za verjetnost preklapljanja vzemite vrednosti iz intervala 0.01 do 0.1. Preverite nakopičenosti, ki jih dobite. Ali so dobljene vrednosti nakopičenosti blizu pričakovanim?

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije



*Pajek*

# ...Standardni modeli omrežij...

...Mali svetovi

Modeli omrežij

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

**Mali svetovi**

Preferenčna izbira

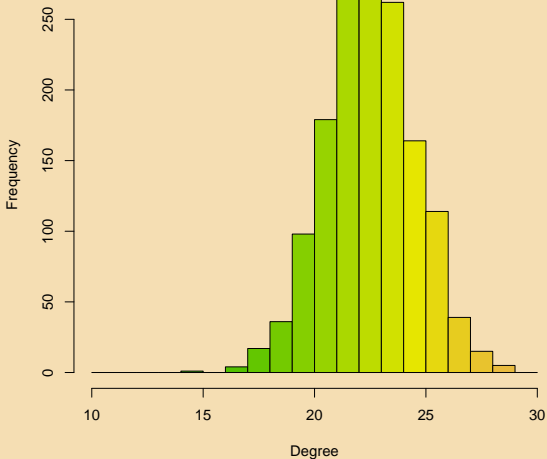
Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije

**Degree Distribution of Random Small World network**





Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

Brezlestvična omrežja...

Modeli omrežij

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije

Do zdaj omenjeni modeli še vedno ne posnemajo realnih socialnih omrežij, ki imajo ponavadi nekaj točk z zelo visokimi stopnjami, večina točk pa ima nizke stopnje: Verjetnost, da bo nekdo izbral drugega za prijatelja je sorazmerna stopnji tega posameznika - posamezniki z visokimi stopnjami so bolj zaželeni (*preferential attachment - the rich get richer*).

Nekaj pomembnih lastnosti takih omrežij:

- **Porazdelitev stopenj** je močno *asimetrična v desno*. Ker ta porazdelitev ne ustreza nobeni standardni lestvici, se taka omrežja imenujejo brezlestvična (*scale free*).
- **Povprečna oddaljenost** je zelo majhna:  $O(\log n)$ .
- Taka omrežja so **zelo odporna** proti naključnim odstranitvam točk ali povezav (slučajni napadi), po drugi strani pa hitro postanejo nepovezana ob usmerjenih napadih - odstranitvi točk z visokimi stopnjami (Ahilova tetiva).



Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

...Brezlestvična omrežja...

Modeli omrežij

Številna omrežja imajo lastnosti *brezlestvičnih omrežij*. Nekaj primerov:

- socialna omrežja
  - omrežja sodelovanj: soavtorska omrežja, omrežja filmskih igralcev (igranje v istih filmih)...
  - osebna omrežja: elektronska pošta, telefonski klici, intimni kontakti (uporabniki drog, AIDS)...
- računalniška omrežja (Internet, WWW);
- finančna omrežja (omrežja nakazil med bankami);
- interakcije med proteini;
- semantična omrežja;
- letalska omrežja.

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije



Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

...Brezlestvična omrežja...

Modeli omrežij

## Network / Create Random Network / Scale Free

V vsakem koraku dodamo omrežju novo točko in nekaj (povprečna stopnja) povezav.

Verjetnost, da izberemo točko  $v$  za drugi konec povezave, je določena z:

$$\Pr(v) = \alpha \frac{\text{indeg}(v)}{|E|} + \beta \frac{\text{outdeg}(v)}{|E|} + \gamma \frac{1}{|V|}$$

kjer je  $\alpha + \beta + \gamma = 1$ .

Če je *Adding=Free izbrano* (prosto izbiranje kam bomo dodali povezavo), potem v vsakem koraku dodamo novo povezavo med dvema poljubnima točkama (novo dodana točka ne bo nujno povezana s preostankom omrežja in zato lahko ostane nekaj točk izoliranih).

Če pa je *Adding=Free neizbrano*, potem v vsakem koraku novo točko povežemo z eno od že obstoječih točk.

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije



Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

...Brezlestvična omrežja...

Modeli omrežij

## Neusmerjena omrežja:

Za neusmerjena omrežja izberemo samo  $\alpha$  in postavimo  $\beta = \alpha$ .

Če izberemo  $\alpha = 0.5$ , potem je  $\alpha + \beta = 1$  in v neusmerjenem omrežju vedno izbiramo po načelu: večja kot je stopnja točke, bolj verjetno bo ta točka izbrana za drugo krajišče povezave.

Če pa v neusmerjenem omrežju izberemo  $\alpha = 0.25$ , potem je  $\alpha + \beta = 0.5$  in z enako verjetnostjo drugo krajišče povezave izbiramo glede na stopnjo in povsem prosto (kot pri Bernoulli-jevem modelu).

---

Slučajna brezlestvična omrežja, ki jih zgeneriramo na ta način lahko vsebujejo večkratne povezave, kar povzroča težave (npr. nakopičenosti za omrežja z večkratnimi povezavami ne moremo izračunati). Zato večkratne povezave odstranimo:

**Network / Create New Network / Transform / Remove / Multiple Lines / Single Line.**

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije



Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

...Brezlestvična omrežja...

Modeli omrežij

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in  
Erdős–Rényi

Bernoulli in  
Erdős–Rényi s  
podanimi  
stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna  
izbira

Preferenčna  
izbira

Preferenčna  
izbira

Pregled

Simulacije

Zgenerirajte nekaj brezlestvičnih omrežij (in odstranite večkratne povezave) z enakim številom točk (1490) in enako povprečno stopnjo (22.436) kot velja v omrežju blogosfere.

Za  $\alpha$  (verjetnost da bo drugi konec povezave izbran sorazmerno s stopnjami točk) poskusite različne vrednosti z intervala 0..0.5 (ne pozabite, da se ta verjetnost pri neusmerjenih omrežjih pomnoži z 2).

Izbiro:

**Network / Create Rand. Net. / Scale Free / Adding / Free**  
enkrat označite, drugač pa ne.

Kakšna je razlika v dobljenih omrežjih (npr. v številu šibko povezanih komponent)?





*Pajek*

# ...Standardni modeli omrežij...

...Brezlestvična omrežja...

Modeli omrežij

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

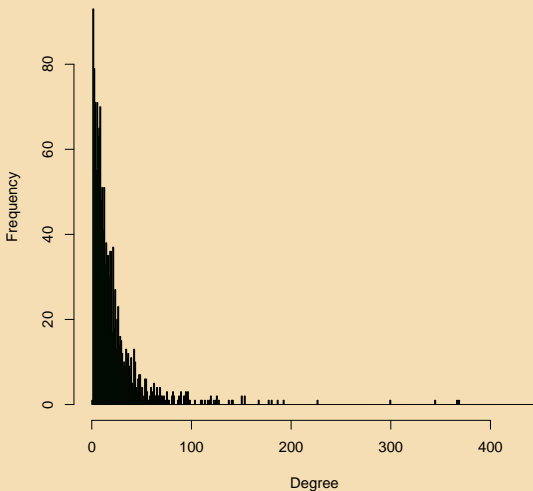
Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije

## Degree Distribution of Random Scale Free network





Pajek

# ...Standardni modeli omrežij...

...Brezlestvična omrežja

Modeli omrežij

Porazdelitev stopenj za brezlestvična omrežja ponavadi prikažemo v logaritmskem razmerju (*log-log*) kjer porazdelitev 'izgleda linearno'.

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

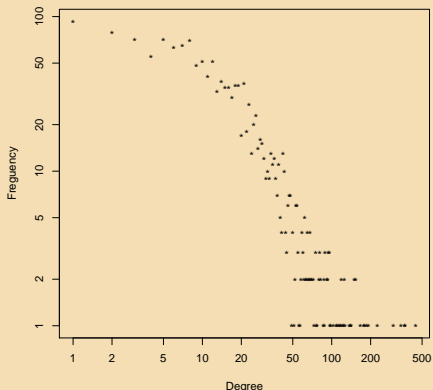
Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije

Degree Distribution of Random Scale Free network in log-log scale



```
deg <- tabulate(v1, nbins=max(v1))  
plot(deg, log="xy", main="Degree Distribution of Scale Free  
network in log-log scale", ylab="Frequency", xlab="Degree")
```



Za naslednja omrežja:

- omrežje blogosfere
- Bernoulli-jevo omrežje ( $n = 1490, \overline{\text{deg}} = 22.436$ )
- omrežje mali svetovi ( $n = 1490, r = 11, p_{rew} = 0.1$ )
- omrežje mali svetovi ( $n = 1490, r = 11, p_{rew} = 0.2$ )
- brezlestvično ( $n = 1490, \overline{\text{deg}} = 22.436, \alpha = 0.25$ )
- brezlestv. ( $n = 1490, \overline{\text{deg}} = 22.436, \alpha = 0.25, Add = Free$ )

izračunajte naslednje lastnosti:

- število šibko povezanih komponent
- velikost največje šibko povezane komponente
- premer
- povprečna oddaljenost
- nakopičenost - tranzitivnost
- usredinjenost glede na vmesnost

Rezultate vpišite v tabelo in jih primerjajte. Za vsako lastnost ugotovite, katero slučajno omrežje je najbolj podobno omrežju blogosfere.



Pajek

# Simulacije Monte Carlo...

Ideja

Modeli omrežij

Če želimo biti prepričani, da bodo rezultati reprezentativni, zgeneriramo več (npr. 100) slučajnih omrežij in vzamemo povprečje:

Najprej zgeneriramo eno omrežje določenega tipa:

**Network / Create New Network / Random Network / ...**

Nato zgeneriramo še 99 takih omrežij (da bo skupaj 100 omrežij):

**Macro / Repeat Last Command (F10) 99**

Pogledamo info za prvo omrežje:

**Network / Info / General**

Pogledamo še za ostalih 99:

**Macro / Repeat Last Command (F10) 99**

Rezultat je tudi vektor, ki prikaže agregirane rezultate za vseh 100 omrežij (vektor dimenzije 100), kjer posamezna vrednost prikazuje posamezne povprečne stopnje za posamezna omrežja.

Z **Vector / Info** pogledamo deskriptivne statistike (*povprečje, mediana, standardni odklon, kvantili*) za izbrano lastnost (povprečna stopnja).

Podobo lahko naredimo povzetek tudi za druge lastnosti omrežja (povprečna oddaljenost, nakopičenost,...).

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije



Pajek

# ...Simulacije Monte Carlo...

Naloga

Modeli omrežij

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije

Ponovite nalogo iz pregleda. Namesto, da zgenerate samo eno omrežje določenega tipa, jih zgenerirajte 100. Namesto rezultatov za 100 omrežij podajte samo agregirane rezultate. In sicer za vsako lastnost izpišite 2.5 in 97.5 centil.

## Results:

|                | Blogi | Bernoulli |       | Mali svetovi<br>$p_{rew} = 0.2$ |       | Pref. izbira<br>Adding = Free |       |
|----------------|-------|-----------|-------|---------------------------------|-------|-------------------------------|-------|
|                |       | 2.5%      | 97.5% | 2.5%                            | 97.5% | 2.5%                          | 97.5% |
| Št. komponent  | 268   | 1         | 1     | 1                               | 1     | 96                            | 134   |
| % Največa kom. | 82    | 100       | 100   | 100                             | 100   | 91                            | 94    |
| Premer         | 8     | 4         | 4     | 4                               | 5     | 7                             | 9     |
| Povprečna odd. | 2.74  | 2.61      | 2.63  | 2.98                            | 3.01  | 3.07                          | 3.14  |
| Tranzitivnost  | .226  | .017      | .018  | .355                            | .372  | .095                          | .107  |
| Vmesnost       | .065  | .002      | .003  | .003                            | .004  | .038                          | .064  |



Pajek

# ...Simulacije Monte Carlo

Interpretacija rezultatov

Modeli omrežij

Na osnovi rezultatov se težko odločimo samo za en model:

- Glede na *premer omrežja*, je omrežje blogov najbolj podobno *preferenčni izbiri*.
- *Povprečna oddaljenost* med točkami je najbližje *Bernoulli-jevemu omrežju*, čeprav pade dobljena povprečna razdalja (2.74) izven 95% intervala zaupanja (2.61; 2.63) za ta model.
- Omrežje blogov je veliko bolj *tranzitivno* kot *Bernoulli-jevo* in omrežje *preferenčne izbire*. Najbližje je modelu *malih svetov*. Model malih svetov, ki smo ga uporabili, je preveč tranzitiven, zato bi morali uporabiti večjo verjetnost preklapljanja (več kot 20%).
- Glede na *usredinjenost omrežja glede na vmesnost* je omrežje blogov najbolj podobno modelu *preferenčne izbire*, toda usredinjenost je prenizka. Uporabiti bi morali višjo verjetnost preferenčne izbire ( $\alpha + \beta$  več kot 0.5).

Andrej Mrvar

Blogosfera

Pajek in R

Bernoulli in Erdős-Rényi

Bernoulli in Erdős-Rényi s podanimi stopnjami

Mali svetovi

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Preferenčna izbira

Pregled

Simulacije